

---

## Semantik von Programmiersprachen – SS 2015

<http://pp.ipd.kit.edu/lehre/SS2015/semantik>

---

### Blatt 4: Big-Step- und Small-Step-Semantik

Besprechung: 04.05.2015

---

#### 1. Semantik mit Ausführungszeiten (H)

Die Big-Step-Semantik für `While` berücksichtigt nicht, wie viele Schritte die Ausführung eines Programms benötigt. Dies sollen Sie in dieser Aufgabe modellieren:

- Definieren Sie, auf Papier oder in Prolog, eine Auswertungsrelation  $\langle c, \sigma \rangle \Downarrow_t \sigma'$  mit der Bedeutung, dass die Ausführung von  $c$  im Anfangszustand  $\sigma$  im Endzustand  $\sigma'$  endet und dafür  $t$  Schritte benötigt. Finden Sie dafür eine geeignete Definition, was ein Schritt sein soll.
- Beschreiben Sie formal, in welcher Beziehung  $\langle c, \sigma \rangle \Downarrow \sigma'$  und  $\langle c, \sigma \rangle \Downarrow_t \sigma'$  stehen. Wie würde man diese Beziehung beweisen?
- Überprüfen Sie, welche der folgenden Eigenschaften der Big-Step-Semantik  $\langle c, \sigma \rangle \Downarrow \sigma'$  sich auf  $\langle c, \sigma \rangle \Downarrow_t \sigma'$  übertragen lassen. Formulieren Sie die Aussagen entsprechend. Wie müssten die Beweise angepasst werden?
  - Schleifenabwicklungslemma (Lem. 1)
  - Determinismus (Thm. 2)
  - Äquivalenz zwischen Big-Step- und Small-Step-Semantik (Kor. 10)

#### 2. Semantische Äquivalenz bei Small-Step (Ü)

Zwei Programme  $c$  und  $c'$  sind *äquivalent* bezüglich der Small-Step-Semantik, falls für alle Zustände  $\sigma, \sigma'$  gilt:

- $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle \text{skip}, \sigma' \rangle$  genau dann, wenn auch  $\langle c', \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle \text{skip}, \sigma' \rangle$  und
- $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{\infty}_1$  genau dann, wenn auch  $\langle c', \sigma \rangle \xrightarrow{\infty}_1$ .

Vergleichen Sie diesen Äquivalenzbegriff mit dem semantischen Äquivalenzbegriff für die Big-Step-Semantik. Sie können dazu davon ausgehen, dass für alle  $c, \sigma$  und  $\sigma'$  gilt:

$$\langle c, \sigma \rangle \Downarrow \sigma' \quad \text{gdw.} \quad \langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle \text{skip}, \sigma' \rangle.$$

Beweisen Sie, dass die folgenden Programme im Small-Step-Sinn äquivalent sind:

- `while (b) do c` und `if (b) then c; while (b) do c else skip`
- `c; while (true) do c'` und `while (true) do c''`
- Wenn  $c$  und  $c'$  äquivalent sind, dann auch `while (b) do c` und `while (b) do c'`.

Überlegen Sie sich einen sinnvollen Äquivalenzbegriff, für den (c) nicht gilt.